



داود معصومی مهوار

# «هر» فقط یعنی

## داستان‌های ریاضی، پاسخ‌های درست، نادرست!

- **من:** خب **مصطفی**، زنگ پیش نشد که مسئله‌تان را بگویند. یعنی من اجازه ندادم. اکنون که معنای «هر» در ریاضیات را یاد گرفته‌اید، می‌توانیم درباره مسئله‌تان گفت‌وگو کنیم. زود صورت مسئله را روی تخته کلاس بنویس و بخوان تا گفت‌وگو آغاز شود.
- ▲ **مصطفی:** در یک مدرسه که ۱۰۰ دانش‌آموز دارد، حداقل ۷ نفر از هر ۱۰ دانش‌آموز در مرحله نخست آزمون انتخابی «IMC ۲۰۱۲» شرکت کرده‌اند و از بین هر ۱۰ نفری که در این آزمون شرکت کرده‌اند، حداقل ۳ نفر از آن‌ها در مرحله نخست پذیرفته می‌شوند. حداقل چند نفر از دانش‌آموزان این مدرسه در مرحله نخست آزمون پذیرفته می‌شوند؟
- الف) ۲۲ نفر      ب) ۲۴ نفر      پ) ۷۰ نفر  
ت) ۹۱ نفر      ث) ۹۰ نفر
- بیشتر ما پاسخ را ۲۱ نفر پیدا کرده‌ایم که اصلاً در میان گزینه‌ها نیست.
- **من:** پرسش و گزینه‌های آن درست‌اند. همگی بار دیگر پرسش را بخوانید. چنان که گفتم، معنای جدی «هر»\* در ریاضیات را به یاد بیاورید تا ببینیم چه می‌شود.
- مصطفی نشست و همه خاموش بودند. **بهرام** پیش از همه نگاهش عوض شد، ولی من اشاره کردم که هیچ نگوید. کم‌کم چند نفری نگاهشان تغییر کرد و با بهرام سری تکان دادند و یکدیگر را تأیید کردند.
- **من:** **محمد**، دیدم که تو با بهرام موافق بودی. می‌توانی بقیه را هم راهنمایی کنی؟
- ▲ **محمد:** هر ۱۰ نفر واقعاً یعنی هر ۱۰ نفر. ما حواسمان به این نبود.
- من خاموش بودم، ولی همه‌های ای بود.
- ▲ **مصطفی:** فهمیدم چه می‌گویید. منظورتان این است که ۱۰۰ نفر دانش‌آموز را به ۱۰ گروه ۱۰ نفره تقسیم نکنیم، بلکه

● **من:** درست است. اما پرویز، تو این استدلال را بین ۹۷ نفر سامان بده ببینم چه می کنی؟ قبولی‌ها را پیدا کن.

▶ **پرویز:** من هنوز قبول ندارم. اما شما فکر می کنید که چون بین هر ۱۰ نفر باید دست کم ۳ نفر قبول بشوند، قبول نشده‌ها ۷ نفر بیشتر نیستند.

● **محمد (با اشاره من):** از بین ۹۷ نفر آزمون داده، اگر فرض کنیم ۸ نفر باشند که قبول نشده باشند، همه چیز به هم می‌ریزد.

▶ **پرویز (با اشاره من):** منظورش این است که اگر ۸ نفر قبول نشده باشند، با اضافه کردن ۲ نفر دلخواه به آن‌ها، ۱۰ نفر خواهیم داشت که ۸ نفرشان در آزمون رد شده‌اند. در حالی که مسئله گفته است از بین هر ۱۰ نفر شرکت کننده در آزمون، دست کم ۳ نفر پذیرفته می‌شوند. یعنی حداکثر ۷ نفرشان قبول نمی‌شوند. پس نمی‌توانیم فرض کنیم در کل ۸ نفر پذیرفته نشده باشند.

● **من:** بله، کار پایان یافته است. همین جور که محمد گفت، از ۹۷ نفری که در آزمون شرکت کرده‌اند، دست کم باید ۹۰ نفر در آزمون پذیرفته شده باشند.

▶ **محمد:** اما دو چیز با عقل جور در نمی‌آید:

۱. یک پرسش چندگزینه‌ای و این همه دنگ و فنگ؟
۲. اگر معنای «هر» چنین باشد که گفتید، خوب این موضوع بسیار مهمی است و لازم است در کتاب‌های درسی اشاره‌ای به آن بشود.

● **من:** این پرسش چندگزینه‌ای، برای همه دنگ و فنگ ندارد. ما با زبان ریاضی آشنا نبودیم که این همه گفت و شنود داشتیم. کسی که انتظار قبولی در چنین آزمونی دارد، نباید در آزمون با چنین چالشی روبه‌رو شود. باید از پیش آماده باشد. اما راست گفتید. لازم است در کتاب‌های درسی اشاره‌ای به این موضوع مهم شود. شاید آن‌ها فراموش کردند با من مشورت کنند. (خنده بچه‌ها). اما موضوع از این هم مهم‌تر است. تغییر طرز فکرتان تازه شروع شده است. نترسید. ولی منظور ریاضی‌دان‌ها از «یا»، «و»، «اگر» و خیلی واژه‌های دیگر، با پندار کنونی شما یکی نیست. باید بشنوید و کم‌کم به آن‌ها عادت کنید.

کسانی که می‌خواهند با شتاب بیشتری یاد بگیرند، می‌توانند مقاله‌های زیر را که نشانی می‌دهم بخوانند. خانم خسروشاهی چند مقاله در مجله دانش‌آموزی برهان در همین باره نوشته‌اند که بسیار مفیدند: ● زبان ما، زبان ریاضی - پاییز ۹۳ ● زبان ما، زبان ریاضی - زمستان ۹۳ ● زبان ما، زبان ریاضی - بهار ۹۴ ● زبان ما، زبان ریاضی - تابستان ۹۴ ● مانا در جستجوی حقیقت - پاییز ۹۲ ● مانا در جستجوی حقیقت - زمستان ۹۲ ● مانا در جستجوی حقیقت - بهار ۹۳ ● مانا در جستجوی حقیقت - تابستان ۹۳

\* به ریاضی هفتم، فصل ۳- هندسه و استدلال و ریاضی نهم، فصل ۳- استدلال و اثبات در هندسه مراجعه کنید.

بسیار گروه ۱۰ نفره در این ۱۰۰ نفر هست و همه را باید در نظر بگیریم. ولی این درست نیست. این نگاهی عجیب و غریب است. چرا باید چنین کنیم؟

● **من:** زنگ پیش‌گفتم که منظور ریاضی‌دانان از «هر» واقعاً «هر» است. عجیب و غریب باشد یا نباشد، همین است که هست. این نگاه ابهام و ایهام ندارد. اما اگر بخواهید تنها ۱۰ گروه ۱۰ نفره از ۱۰۰ نفر را بررسی کنید، تازه آغاز دعوا و بگومگوست! کدام ۱۰ گروه؟ بگو **مرتضی**.

▶ **مرتضی:** یعنی منظورتان این است که از هر ده نفری که در نظر بگیریم، دست کم ۷ نفر از آن‌ها باید در آزمون شرکت کرده باشند؟ این جوری که حتماً باید ۹۷ نفر در آزمون شرکت کرده باشند!

▶ **پرویز:** چه اشکالی دارد که درست مانند گفته مسئله، دانش‌آموزان را به ۱۰ گروه ۱۰ نفره تقسیم و فرض کنیم که از هر گروه دست کم ۷ نفر در آزمون بوده‌اند. این جوری پی می‌بریم که دست کم ۷۰ نفر در آزمون شرکت کرده‌اند. بی‌شک درست می‌گویم.

▶ **مصطفی:** الان فهمیدم. محاسبات پرویز درست نیست. پرویز ۳۰ نفر را کنار گذاشته و می‌گوید که در آزمون شرکت نکرده‌اند. در صورتی که قرار است از بین هر ۱۰ نفر، حداقل ۷ نفر در آزمون باشند. پرویز این موضوع را برای ۳۰ نفر یاد شده رعایت نکرده است.

▶ **پرویز و یارانش:** ما نگفتیم که ۳۰ نفر در آزمون شرکت نکرده‌اند. از کجای حرف ما چنین برداشتی کردید؟ ما گفتیم که مطمئنیم که ۷۰ نفر شرکت کرده‌اند (نگاه با اقتدار پرویز).

● **من:** ولی من فکر می‌کنم که پرویز و یارانش اشتباه می‌کنند. باور کنید که نمی‌خواهم آزمایشتان کنم. واقعاً اشتباه می‌کنند و پیدا کردن اشتباهشان کمی تیزبینی می‌خواهد. باز خاموش باشید و ببینید. من هم راهنمایی می‌کنم. تک‌تک واژه‌های پرویز را به یاد بیاورید.

▶ **مهران (پس از سه دقیقه):** پرویز دانش‌آموزان را به ۱۰ گروه ۱۰ نفره تقسیم کرد و گفت که این گفته مسئله است. در حالی که مسئله چنین چیزی نگفته است.

● **من:** عالی است مهران؛ همین است. تازه پرویز گفت که درباره ۷۰ نفر می‌داند که در آزمون بوده‌اند و درباره ۳۰ نفر دیگر حکمی نمی‌کند. موضوع این است که می‌توان حکم کرد. مسئله «هر» گفته است. معنایش همان است که مصطفی و مرتضی گفتند. واقعاً ۹۷ نفر در آزمون بوده‌اند و تنها ۳ نفر را می‌توانیم بیرون از جلسه آزمون فرض کنیم.

▶ **مرتضی:** زیرا اگر ۴ نفر آزمون نداده باشند، می‌توانیم ۶ نفر دانش‌آموز دلخواه به آن‌ها اضافه کنیم تا ۱۰ نفر بشوند و در این ۱۰ نفر نمی‌توان ۷ نفر آزمون داده پیدا کرد.

▶ **مصطفی:** عالی است. پس حتماً دست کم ۹۷ نفر در آزمون بوده‌اند و همین استدلال را می‌توانیم برای قبولی‌ها نیز به کار ببریم.